

Mecánica de la traslación

C. ZARAGOZA RUVIRA

Incluimos en este número y en los sucesivos los conceptos básicos de Física Aplicada que pueden ser de utilidad para todo especialista en Traumatología y Ortopedia a fin de refrescar su conocimiento y servirles para dar una mayor precisión a sus publicaciones.

Estos artículos han sido solicitados a la doctora CRISTINA ZARAGOZA RUVIRA, profesora de Física Médica de la Facultad de Medicina de Valencia.

I. Las leyes de Newton

El objeto principal de la dinámica es el estudio de las fuerzas y de sus efectos. Los distintos tipos de fuerzas que se presentan en la Naturaleza, se pueden agrupar en tres categorías, atendiendo a las magnitudes sobre las que actúan y, en orden de intensidad creciente son:

1. Interacción gravitatoria: actúa sobre las masas y es siempre atractiva.
2. Interacción electromagnética: actúa sobre cargas eléctricas y puede ser atractiva o repulsiva.
3. Interacción nuclear: actúa sobre las partículas nucleares manteniéndolas unidas y es de muy corto alcance.

Las tres leyes del movimiento formuladas por primera vez y de forma completa por SIR ISAAC NEWTON describen rigurosamente los efectos de las leyes gravitatorias. Aunque en ciertos casos particulares, como en Física atómica o para velocidades comparables a la de la luz, estas leyes no son adecuadas, siguen siendo extraordinariamente útiles para el estudio de objetos macroscópicos a velocidades ordinarias.

Primera ley de Newton

Según el punto de vista aristotélico, un cuerpo en movimiento tiende siempre a pararse, siendo el movimiento natural de los

cuerpos un movimiento con velocidad decreciente. Para que un cuerpo se mantenga en situación de movimiento continuo, hay que suministrarle una fuerza. La fuerza es, por tanto, la causa del movimiento.

Sin embargo, para la Física moderna, el movimiento natural es un movimiento con velocidad uniforme (en módulo y sentido), y, si el cuerpo se detiene, es una consecuencia de las fuerzas disipativas, que no tienen por qué existir en un caso ideal. Por tanto, no es necesario la acción de una fuerza para mantener un movimiento. Este punto de vista se resume en la primera ley de Newton:

Todo cuerpo continúa en su estado de reposo o movimiento rectilíneo, mientras no actúe sobre él ninguna fuerza.

Este principio considera la fuerza como la causa de una variación en el estado de movimiento (paso del reposo al movimiento, o viceversa, o de un tipo de movimiento a otro), y no como el origen del movimiento. Según esta ley, cuando no actúan fuerzas sobre un cuerpo, éste continúa en su mismo estado de movimiento: si está en reposo sigue en reposo, si se mueve con velocidad constante permanece así.

Segunda ley de Newton

Si existe una fuerza neta actuando sobre el cuerpo, su estado de movimiento variará. Esto significa que el cuerpo pasa de tener

una velocidad v_i a otra velocidad v_f (pudiendo ser v_i ó v_f nulas). La magnitud que expresa el cambio de velocidad por unidad de tiempo es la aceleración, y, la segunda ley de Newton, expresa la proporcionalidad matemática entre la fuerza aplicada a un cuerpo y la aceleración que le produce. Al tratarse de magnitudes vectoriales, fuerza y aceleración tienen la misma dirección y sentido, y son directamente proporcionales. Podemos escribir:

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

La constante m es la masa del cuerpo. Es una medida de la cantidad de materia de que consta, o, dicho de otro modo, de su inercia: cuanto mayor sea la masa de un objeto, menor será la aceleración que una fuerza dada produzca en él*.

La unidad de fuerza se obtendrá multiplicando la unidad de masa por la unidad de aceleración. Esta unidad, en el S.I., es el Newton:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ Kg} \cdot 1 \text{ m s}^{-2}$$

En el sistema c.g.s. la unidad de fuerza es la dina, siendo

$$1 \text{ din} = 10^{-5} \text{ N}$$

Otra unidad práctica de fuerza es el Kilopondio, cuya definición veremos más adelante.

Tercera ley de Newton

La tercera Ley de Newton establece que las fuerzas nunca se presentan aisladas, sino que dos cuerpos interactúan siempre de un modo recíproco. Por ejemplo, supongamos un nadador en una piscina, que empuja la pared de la piscina con los pies. La pared ejerce una fuerza igual y opuesta, que lleva al nadador al centro de la piscina. Del mismo modo, para empezar a andar hacia adelante,

el pie ejerce una fuerza hacia atrás sobre el suelo, y éste nos empuja hacia adelante.

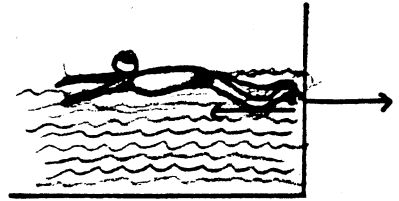


FIG. 1.- Acción y reacción.

En general, si un objeto A ejerce una fuerza sobre un objeto B, también experimenta una fuerza igual y opuesta que ejerce B sobre él. Estas fuerzas se llaman de acción y reacción. La tercera ley de Newton se puede enunciar como:

A toda acción se opone una reacción igual y de sentido opuesto. Las fuerzas de acción y reacción actúan sobre diferentes cuerpos.

Es importante observar que, por actuar sobre cuerpos distintos, las fuerzas de acción y reacción no se anulan. En el ejemplo anterior, existen dos fuerzas iguales y opuestas: la que ejerce el nadador sobre la piscina, y la que la piscina ejerce sobre el nadador. Pero si queremos calcular, por ejemplo, la aceleración del nadador, tendremos en cuenta únicamente la fuerza que la piscina ejerce sobre él, ya que la otra actúa sobre la pared y no sobre el nadador.

II. La fuerza peso

Los principios de la dinámica de Newton son una consecuencia de la Ley de Gravitación Universal, que se considera como una ley fundamental de la Naturaleza.

Esta ley, consecuencia de sus observaciones sobre el movimiento de los planetas y la Luna, establece que todos los objetos del Universo se atraen entre sí, siendo la fuerza

(*) Un concepto relacionado con el de masa es el de **densidad**, que expresa la masa contenida en la unidad de volumen. La unidad de densidad en el S.I. es el Kg m^{-3} . Recordemos que la densidad del agua en dicho sistema es de 1000 Kg m^{-3} .

de atracción proporcional a sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellos.

$$F = G \frac{m m'}{r^2}$$

siendo m y m' las masas respectivas, r la distancia entre ellas y G la constante de la gravitación universal.

La fuerza con que la Tierra atrae a un cuerpo se llama el peso del cuerpo. Si, en la ecuación anterior, hacemos $m' = m_T$, masa de la Tierra, y $r = R$, radio terrestre, se obtiene

$$F = G \frac{m_T}{R^2} m$$

y, por ser

$$F = m a,$$

la aceleración con que cae un cuerpo debido a la atracción de la Tierra resulte ser:

$$a = \frac{G m_T}{R} = g = 9'81 \text{ m s}^{-2}$$

El *Kilopondio*, o Kp, se define como la fuerza con que la Tierra atrae a una masa de 1 Kg. Puesto que la unidad del S.I. de fuerza es el N, la relación entre ellos será:

$$1 \text{ Kp} = 1 \text{ Kg} \cdot 9'8 \text{ m s}^{-2} = 9'8 \text{ N}$$

Sin ser una unidad del S.I. el Kp resulta una unidad muy práctica, ya que el número que expresa la masa de un cuerpo, en Kg, expresa su peso en Kp. Un cuerpo de 23 Kg de masa tendrá un peso de 23 Kp o de 225 N. Además, es la forma habitual de expresar el peso. Si bien las fuerzas son magnitudes vectoriales, cuya dirección y sentido hay que indicar en cada caso, el peso queda bien especificado dando únicamente el módulo del vector, ya que siempre actúa en dirección vertical y hacia abajo.

Masa y peso son magnitudes directamente relacionadas pero diferentes. La masa queda determinada por la cantidad de materia presente. Sin embargo, el peso de un

objeto depende de la atracción de la Tierra sobre él. Un astronauta en órbita no tiene peso, pero sí tiene masa.

III. Impulso y cantidad de movimiento

Se define la *cantidad de movimiento* de un cuerpo como el producto de su masa por su velocidad. Esta magnitud, también llamada momento lineal, se medirá en Kg m⁻¹, que no tiene nombre específico, y se suele representar por la letra p .

$$\vec{p} = m \vec{v}$$

Cuando un cuerpo se mueve a velocidad constante, su cantidad de movimiento también será constante. Pero si sobre él actúa una fuerza F , constante o no, durante un tiempo t , su velocidad pasará de v_i a v_f . La aceleración media será:

$$\frac{v_f - v_i}{t}$$

y podemos escribir

$$F = m \frac{v_f - v_i}{t}$$

siendo F la fuerza media que actúa durante el tiempo t . Esta ecuación es equivalente a:

$$F t = m v_f - m v_i = \Delta m v$$

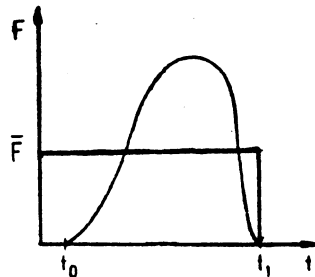


FIG. 2.— Impulso de una fuerza variable.

En la gráfica que representa la fuerza F en función del tiempo, el producto $F t$ es igual al área comprendida entre la curva y el eje de abscisas. El producto $F t$ se conoce

como *impulso de la fuerza*. La fuerza media es la fuerza constante que, actuando durante el mismo tiempo, produce un impulso igual que la fuerza variable considerada.

La ecuación anterior establece que el impulso de una fuerza es igual a la variación de la cantidad de movimiento del cuerpo sobre la que actúa.

El enunciado anterior es útil para resolver algunos problemas prácticos. Por ejemplo, supongamos el caso de una persona de 60 Kg de masa que cae desde una altura de 1 m. La velocidad con que llega al suelo, v_i , es, aproximadamente, 4'4 m/s. Si cae sobre un suelo blando y no rebota, la velocidad final es cero, y la variación total de la cantidad de movimiento es:

$$p = m v_f - m v_i = 60 \text{ Kg} \cdot 4'4 \text{ m/s} = 264 \text{ Kg m/s}$$

Suponiendo un tiempo de impacto de 0'1 s, la fuerza que la persona ejerce sobre el suelo es:

$$F = \frac{264 \text{ Kg m/s}}{0'1 \text{ s}} = 2.640 \text{ N}$$

El suelo ejercerá sobre la persona una fuerza igual y opuesta también de 2.640 N.

La cantidad de movimiento de un cuerpo sobre el que no actúa ninguna fuerza permanece constante. Si se trata de un cuerpo aislado, esto es equivalente a enunciar la primera ley de Newton (de hecho, Newton la estableció en esta forma). Pero es de gran utilidad a la hora de resolver problemas prácticos en los que intervienen sistemas aislados formados de varias partes: problemas de choques, problemas de cuerpos que se fragmentan, etc.

IV. Rozamiento

Las fuerzas de rozamiento aparecen cuando un cuerpo se mueve sobre otro, y son consecuencia de las asperezas que presentan las superficies a nivel microscópico.

Actúan tangencialmente a la superficie de contacto, y siempre en sentido opuesto al del movimiento.

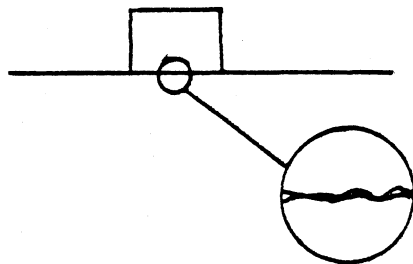


FIG. 3.— Dos superficies en contacto a nivel microscópico.

Supongamos un objeto, como una pequeña caja, en reposo sobre una mesa. En principio, la acción de cualquier fuerza debe originar una aceleración, y, si la fuerza es pequeña, la aceleración lo será también. Pero, experimentalmente, se observa que hay una fuerza mínima para poner en movimiento la caja, y, si la fuerza es menor, la caja no se desplaza. Esta fuerza mínima es la que equilibra la fuerza de *rozamiento estático* entre caja y mesa. Una vez la caja en movimiento, según las leyes de Newton, no debería detenerse, y, sin embargo, es necesario la presencia de una fuerza constante para mantenerla con movimiento uniforme. En este caso, en que no hay aceleración, la fuerza aplicada contrarresta la fuerza de *rozamiento dinámico*, que se opone al movimiento.

La fuerza de rozamiento, estática o dinámica, sólo depende de la naturaleza de las superficies en contacto y de la fuerza normal a la superficie. En el caso de una superficie horizontal, la fuerza normal es el peso; para una superficie inclinada, la fuerza normal es la componente del peso normal a la superficie. Podemos escribir:

$$F_R < \mu N$$

siendo μ el coeficiente de rozamiento, que no tiene unidades al ser un cociente entre

dos fuerzas, y que será *estático*, para poner en movimiento al cuerpo o *dinámico*, para mantenerlo en movimiento.

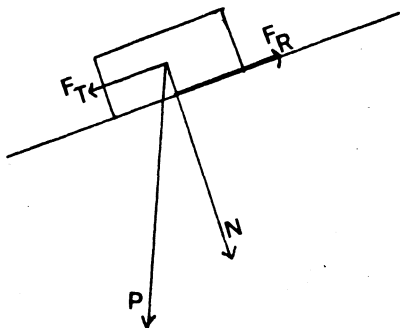


FIG. 4.—El rozamiento depende del ángulo de inclinación.

La fuerza N es la fuerza neta perpendicular a la superficie. En esta expresión no interviene para nada el área de las superficies en contacto, luego el rozamiento es el mismo sea cual sea la posición en que se coloca el cuerpo.

El signo menor o igual indica que el rozamiento no tiene un valor fijo, sino que puede tomar cualquier valor hasta uno máximo. Por ejemplo, si colocamos un peso de 20 N sobre una mesa horizontal, siendo el coeficiente de rozamiento estático 0'2, la fuerza de rozamiento será menor o igual a 4 N. Esto significa que ni una fuerza de 1 N ni una de 3'5 N consiguen mover el cuerpo. Una fuerza aplicada de 4 N iguala justamente a la de rozamiento, dando una fuerza

netamente nula, con lo cual el cuerpo sigue en el mismo estado de movimiento en que estaba, esto es, en reposo. Para conseguir mover el cuerpo hay que aplicar una fuerza mayor que 4 N para que su resultante sea positiva. Una vez el cuerpo en movimiento hay que tener en cuenta la fuerza de rozamiento dinámica.

El rozamiento en ocasiones es beneficioso y en otras es perjudicial. Sin la fuerza de rozamiento entre el suelo y nuestros pies, sería imposible andar, pues es la fuerza de rozamiento quien nos empuja hacia adelante, al intentar desplazar la suela del zapato hacia atrás. Del mismo modo, lo que impulsa a un automóvil es la fuerza de rozamiento entre la carretera y las ruedas motoras.

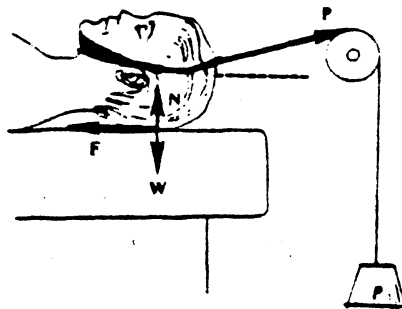


FIG. 5.—Rozamiento en la tracción vertical.

En otras ocasiones, como el caso de un paciente encamado sometido a una tracción de cuello, hay que evitar el rozamiento entre la cabeza y las sábanas, ya que, si no, el sistema de tracción no ejercerá ninguna fuerza sobre las vértebras cervicales.

Mecánica de la rotación

C. ZARAGOZA RUVIRA

I. Momento de una fuerza

Una fuerza aplicada a un sólido libre origina una aceleración. Pero si el sólido está fijo por un punto, al aplicar una fuerza se origina otra de reacción igual y opuesta que aparece en el punto fijo. El cuerpo está sometido a un par de fuerzas, cuyo efecto es provocar un giro del cuerpo.

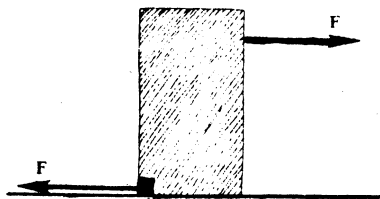


FIG. 1.- Fuerza aplicada a un sólido fijo.

Por tanto, una fuerza aplicada a un sólido que presenta un punto fijo, dará lugar a un par de fuerzas, y, por tanto a un movimiento de rotación. En la mecánica de la traslación, la aceleración que experimenta un cuerpo dado, viene determinado por la magnitud y sentido de la fuerza aplicada. Sin embargo, en la rotación, el valor de la

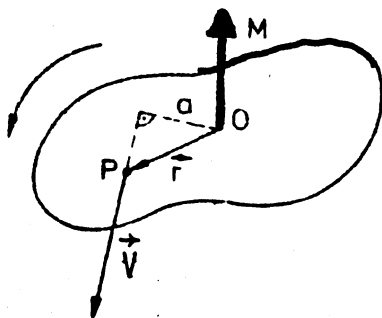


FIG. 2.- Vector momento.

fuerza aplicada no es suficiente para calcular el giro producido, ya que la capacidad de una fuerza para producir un giro viene dada por el valor de ésta y su distancia al eje de giro, que es lo que se denomina *momento* de la fuerza respecto al eje.

En general, se define el *momento* de un vector \vec{V} respecto de un punto O como el producto vectorial del radio vector \vec{r} , trazado desde O hasta el origen de \vec{V} , por el vector \vec{V} :

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{V}$$

El momento de un vector respecto a un punto será otro vector, perpendicular al plano determinado por \vec{r} y \vec{V} , y cuyo sentido es el de avance de un tornillo situado inicialmente paralelo a \vec{r} y que pase a ser paralelo a \vec{V} . Cuando los vectores considerados \vec{r} y \vec{V}

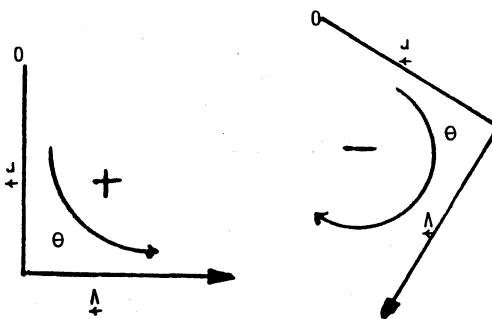


FIG. 3.- Cálculo de momentos en un plano.

están en el plano del papel, el momento de \vec{V} es perpendicular, y, por convenio, se considera positivo cuando al girar \vec{r} manteniendo fijo su origen para coincidir con la dirección de \vec{V} , por el camino más corto, lo hace en sentido antihorario. Si el giro de \vec{r} tiene lugar en el sentido de las agujas del reloj, el momento de \vec{V} se considera negativo.

El módulo del momento de V respecto a O vendrá dado por:

$$M_o = r V \sin \Theta$$

El momento es nulo cuando Θ es cero, es decir, cuando r y F son paralelos, y máximo cuando son perpendiculares.

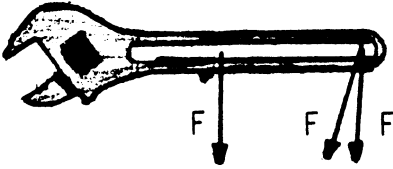


FIG. 4.—Una misma fuerza produce distintos momentos.

Por ejemplo, para hacer girar una tuerca con una llave inglesa, aplicamos una fuerza, para producir un giro (fig. 4). El momento será máximo si la fuerza se ejerce en el extremo de la llave y perpendicular a la misma. Si la fuerza es paralela no se obtiene ningún giro.

Observando la figura 5, vemos que:

$$\sin \Theta = \frac{d}{r}$$

siendo d la distancia perpendicular desde O a la línea de acción de V . Luego:

$$M_o = d V$$

Si el vector V es una fuerza, su momento vendrá dado por el producto de la misma por la distancia perpendicular al punto considerado. Volviendo al ejemplo inicial de un objeto con un punto fijo, la fuerza aplicada y la de reacción constituyen un par, y el momento del par es justamente el producto

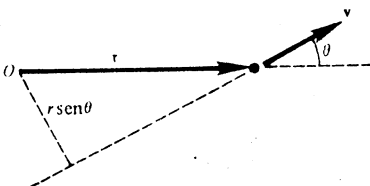


FIG. 5.—El momento depende de la distancia perpendicular.

de una de las fuerzas por la distancia perpendicular entre ellas.

Resumiendo, el momento de una fuerza respecto de un punto es una magnitud vectorial que cuantifica la capacidad de la fuerza para producir un giro alrededor de este punto. El momento vendrá medido en N.m. Insistimos en que la expresión «el momento de una fuerza» es incompleta, ya que en cada caso hay que indicar respecto a qué punto.

II. Las leyes de Newton en la rotación.

Momento de inercia

Puesto que todo movimiento de rotación, aún cuando sea con velocidad uniforme, es un movimiento acelerado (ya que el vector velocidad está continuamente cambiando de dirección), la primera ley de Newton nos permite afirmar que un cuerpo que gira está siempre sometido a la acción de una fuerza. Por ejemplo, una piedra que gira con velocidad constante en el extremo de una cuerda está sometida a una fuerza, que es la tensión de la cuerda. Si, en un momento, la cuerda se rompe, la piedra continúa con la velocidad que llevaba en este instante, y sale despedida en dirección tangente a la circunferencia.

La segunda ley de Newton establece que una fuerza aplicada a un sólido libre da lugar a un movimiento acelerado. Un par de fuerzas, o el momento de una fuerza respecto a un punto, aplicado a un sólido capaz de girar, originará una rotación acelerada. Podemos escribir:

$$M_o = I \alpha$$

siendo α la aceleración angular (en rad/s^2) e I una constante propia del cuerpo que se llama el *momento de inercia* respecto al eje de giro considerado.

El momento de inercia representa la oposición que presenta un cuerpo para girar en torno a un eje, y depende no sólo de la

masa del cuerpo, sino de su forma geométrica y de la distribución de su masa en torno al eje de giro. Así, la masa de un cuerpo tiene siempre un valor bien definido y constante, mientras que su momento de inercia es variable. Se puede demostrar que el momento de inercia de una masa puntual m , situada a una distancia r del eje de giro es:

$$I = m r^2$$

El momento de inercia viene expresado en Kg m².

El momento de inercia de los cuerpos extensos se puede calcular matemáticamente. En general aumenta cuanto más alejada esté la masa del eje de giro. Por ejemplo, una varilla homogénea, de radio R , longitud L y masa m presenta los siguientes momentos de inercia.

$$I_1 = m R^2/2 \text{ respecto al eje (1)}$$

$$I_2 = m L^2/12 \text{ respecto al eje (2)}$$

$$I_3 = m L^2/3 \text{ respecto al eje (3)}$$

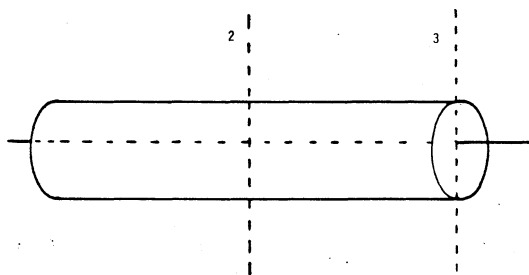


FIG. 6.—Un mismo cuerpo presenta distintos momentos de inercia.

III. Momento cinético

La magnitud análoga a la cantidad de movimiento, o momento lineal, es el *momento cinético*, o momento angular, que se representa por L . El momento cinético será el producto del momento de inercia por la velocidad angular:

$$L = I \omega$$

Como todas las magnitudes de la rotación, el momento cinético sólo tiene sentido

respecto a un eje considerado, el mismo para el que se calcula el momento de inercia. A diferencia de la cantidad de movimiento, que es vectorial, el momento cinético es un escalar.

Si sobre un cuerpo que se mueve con velocidad angular ω_i actúa un momento M_0 durante un intervalo de tiempo t , el cuerpo pasará a girar con una velocidad angular ω_f (pudiendo ser ω_i o ω_f nulas). Podemos escribir:

$$M_0 t = I(\omega_f - \omega_i)$$

o bien

$$M_0 t = I(\omega_f - \omega_i) = L_f - L_i$$

Siendo el momento externo que actúa sobre el cuerpo que está girando cero, el momento cinético del cuerpo se mantiene constante. La constancia del momento cinético supone la constancia del producto:

$$L = I \omega$$

y no, necesariamente, de sus factores. El momento de inercia puede variar según la masa se acerque o se aleje del eje de giro. Si el momento de inercia aumenta, la velocidad angular disminuye, y al contrario. Por ejemplo, si una persona está sentada en un taburete giratorio que tenga poco rozamiento, y estira bruscamente los brazos, su momento de inercia aumenta y su velocidad angular disminuye.

IV. Analogías entre los movimientos de rotación y traslación

Entre las magnitudes y ecuaciones que describen los movimientos de traslación y rotación se puede establecer una analogía formal, miembro a miembro. Hay que tener presente que, en la rotación, los diferentes momentos que aparecen (momento de una fuerza, momento de inercia, momento cinético) no quedan bien determinados sin especificar el eje de giro en cada caso.

Traslación			Rotación		
velocidad	v	(m/s)	velocidad angular	ω	(rad/s)
aceleración	a	(m/s ²)	aceleración angular	α	(rad/s ²)
fuerza	F	(N)	momento de la fuerza	M_o	(N.m)
masa	m	(Kg)	momento de inercia	I	(Kg m ²)
cantidad movto.	p	(Kg m/s)	momento cinético	L	(Kg m ² /s)

Segunda ley de Newton del movimiento:

$$F = m a = \frac{p}{t} \quad M_o = I \alpha = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$